

1 論理学がしてくれること (§4.1)

1. 語や文の意味の正確で曖昧でない記述の手段
2. 2文の間の意味関係（伴立、パラフレーズ、両立不可能）を決定する厳密な規則と方法
3. ある文の意味の記述がする予測が見えてくる。そして、それを検証することができる（検証可能性）。

例：文 S1 の意味が p であるとし、論理学の規則から意味 q が導かれるとする。意味 q を表す文 S2 を母語話者に示した時に、「S1 と S2 は同時には言えない」という反応であれば、S1 の意味記述に誤りがあると分かる。

4. 形式論理学は、意味の構成性をモデル化するのに大いに役立ってきた。
5. 形式論理学は、再帰的なシステムなので、比較的少数の記号と規則を用いて、無限の数の式が書ける。

(1) 否定演算子 \neg 「～ではない (not)」

- a. p 「雨が降っている。」
- b. $\neg p$ 「雨が降っているではない。」
- c. $\neg(\neg p)$ 「雨が降っているではないではない。」

(2) 言語学で主に用いられる論理

- a. **命題論理** (propositional logic)
命題が基本単位。命題間の関係を扱う。
- b. **述語論理** (predicate logic)
文（命題）を構成する個別の語が基本単位。述語 (predicate) とその項 (argument)、述語と述語の関係を扱う。

2 有効な推論パターン (§4.2)

推論 (inference) 1つの事実あるいは事実の集合が真であることを知っていることにより、他の事実もまた真であると適切に結論できる。

- (3) 前提 1：健は頭がおかしいか嘘を付いている。
前提 2：健は頭がおかしくない。

結論：ゆえに、健は嘘を付いている。

- (4) 前提 1：すべての人間は死すべきものである。
前提 2：ソクラテスは人間である。

結論：ゆえに、ソクラテスは死すべきものである。

- これらの推論のパターンは、使われている内容語（名詞、動詞、形容詞など）には依

存しない。

- 「か (or)」、「ない (not)」、**量化子 (quantifier)** の「すべての (all)」や「いくつかの (some)」などの論理語の意味のみに依存する。
- 内容語の意味に基づく推論もある。

(5) 前提：健は虫を殺した。

結論：ゆえに、虫は死んだ。

3 命題論理 (§4.3)

3.1 論理結合子 (§4.3.1)

- **論理結合子 (logical connective)** は、命題を結合してより複雑な命題を作る。
- 「そして (and)」、「または (or)」、「ならば (if)」のようなものであるが、これらの日本語や英語が表す意味とは異なることがあるので注意。
- 論理結合子の意味は**真理表 (truth table)** により定義できる。

- (6) a. **命題変数 (propositional variables):** p, q, r, s, \dots
 b. **真理値 (truth values):** 真 (True, 1), 偽 (False, 0)

3.1.1 否定 (negation)

(7)

	健はここにいる	健はここにはいない
1		
2		

- (8) a. 表記法: \neg (または \sim)
 b. 「～ない」、not
 c. 真理表

	p	$\neg p$
1		
2		

3.1.2 連言 (conjunction)

(9) 健は帰った。そして、直美は残った。

(10) a.

	状況	真 or 偽?
1	健が帰り、直美が残った	
2	健も直美も帰った	
3	健も直美も残った	
4	健が残り、直美が帰った	

b.

	健は帰った	直美は残った	健は帰った。そして、直美は残った。
1			
2			
3			
4			

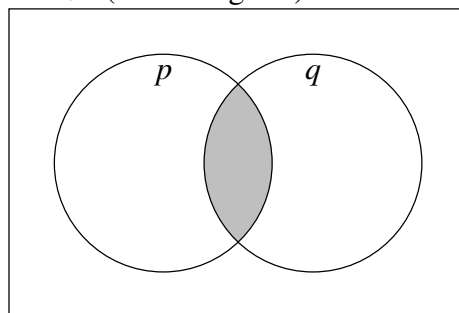
(11) a. 結合子: \wedge (または&)

b. 「かつ」、and

c. 真理表

	p	q	$p \wedge q$
1			
2			
3			
4			

d. ベン図 (Venn diagram)



• $p \wedge q$ と $q \wedge p$ は等価である。

(12) 連言の簡約 (conjunction reduction)

a. 健と直美が帰った。

= 健が帰った。そして、直美が帰った。

- b. 美千代は**健と直美**に会った。
= 美千代は**健**に会った。そして、美千代は**直美**に会った。
- c. 直美は**スマホを充電し、宿題を**やった。
= 直美は**スマホを充電した**。そして、直美は**宿題を**やった。

(13) 結合子でない「と」

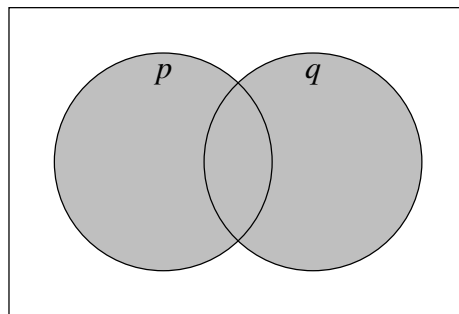
- a. **美千代と健**が、夕食のために会った。
≠ **美千代**が、夕食のために会った。そして、**健**が、夕食のために会った。
- b. **桂子と賢二**が仏像を取り囲んだ。
≠ **桂子**が仏像を取り囲んだ。そして、**賢二**が仏像を取り囲んだ。

3.1.3 選言 (disjunction)

- (14) a. 結合子: \vee
- b. 「と／または」、*and/or* (包含的選言 (inclusive disjunction))
- c. 片方あるいは両方の命題が真であれば真。

	p	q	$p \vee q$
1			
2			
3			
4			

d.



(15) 共通テストでは、数学か理科を受験して下さい。

Q. 以下の科目を受験した人は二次試験を受ける資格があるか？

- A: 英語、国語、数学、日本史
- B: 英語、国語、理科、日本史
- C: 英語、国語、数学、理科
- D: 英語、国語、日本史、公民

(16) 選言の簡約 (disjunction reduction)

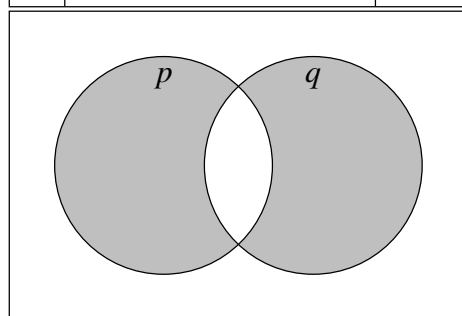
入試の採点は、二日か三日で終わります。

= 入試の採点は、二日で終わります。あるいは、(そうでなければ) 入試の採点は、三日で終わります。

(17) 排他的選言 (exclusive disjunction) (「～か…のどちらか一方」)

ティムは成田に 9:25 の便か 11:10 の便で到着した。

	ティムは成田に 9:25 の便で到着した	ティムは成田に 11:10 の便で到着した	ティムは成田に 9:25 の便 か 11:10 の便で到着した。
1	T	T	
2	T	F	
3	F	T	
4	F	F	



3.1.4 実質含意 (material implication)

(18) a. 結合子: \rightarrow (または \supset)

b. 「ならば」、if

c. 真理表

	p	q	$p \rightarrow q$
1			
2			
3			
4			

(19) 午後になって晴れたら、プールに連れて行ってあげる。

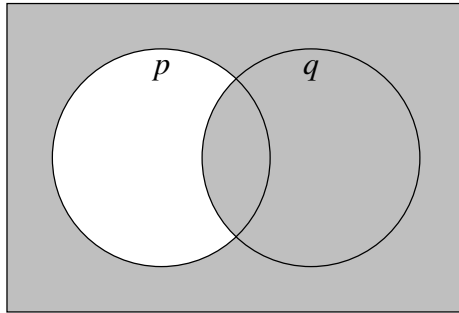
Q. 論理学の実質含意は必ずしも日常言語の条件文の意味とは一致しない。(20) の条件文の意味は、実質含意とどのように異なるか？

(20) a. 直美は新商品が出たら、必ず買う。

b. 多摩川線が止まったら、多くの学生が大学に来られなくなります。

- (21) a. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
 b. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ (ド・モルガンの法則)
 ※ () は、結合子の結合する要素をはっきりさせるために使う。

c.



3.1.5 双条件 (biconditional)

- 2つの命題が同じ真理値を持つ。

(22) もし予定時刻に遅れたら、置いて行くからね。

	予定時刻に遅れる	置いて行く	もし予定時刻に遅れたら、置いて行くからね
1	T	T	
2	T	F	
3	F	T	
4	F	F	

- (23) a. 表記法: \leftrightarrow
 b. 「ならば、そしてその場合にのみ」、if and only if (= iff)

c. 真理表

	p	q	$p \leftrightarrow q$
1			
2			
3			
4			

- $p \leftrightarrow q$ は $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ の短縮表記

3.2 意味関係と推論規則 (§4.3.2)

(24) トートロジー

今日は火曜日であるか、今日は火曜日でない。

a. $p =$ 今日は火曜日である

b. $p \vee \neg p$ ^{*1}

c.

	p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
1	T		
2	F		

(25) 矛盾

今日は火曜日である。そして、今日は火曜日でない。

a. $p =$ 今日は火曜日である

b. $p \wedge \neg p$

c.

	p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
1	T		
2	F		

(3) 前提 1：健は頭がおかしいか嘘を付いている。

前提 2：健は頭がおかしくない。

結論：ゆえに、健は嘘を付いている。

(26) a. $p =$ 健は頭がおかしい

$q =$ 健は嘘を付いている

b. 前提 1： $p \vee q$

前提 2： $\neg p$

結論： q

推論全体： $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

c.

	p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
1	T	T				
2	T	F				
3	F	T				
4	F	F				

^{*1} 教科書では、 $p \vee (\neg p)$ 。ここでは、() なしでも、結合要素の曖昧性は生じないので、() は省くことができる。

意味記述での利用例：日本語のテイル形を発見した非母語話者

- (27) 出会った日本語文
田中さんが朝ごはんを食べている。
- (28) 仮説
V テイルは、英語の現在進行形のように、動作が進行中でまだ終わっていないことを表す。
- (29) 予測
「田中さんがとっくに朝ごはんを食べ終えた」は偽のはずなので、「田中さんが朝ごはんを食べている。田中さんはとっくに朝ごはんを食べ終えた。」は意味的に逸脱しているという母語話者の反応が得られるはず。
背景にある論理：「X が V している」を p とすると、「X がとっくに V し終えた」は $\neg p$ で、「X が V している。X がとっくに V し終えた」は $p \wedge \neg p$ 。(25)にあるように、これは矛盾文。
- (30) 仮説の検証
- a. #林さんは買い物に行っている。林さんはとっくに買い物に行き終えた。^{*2}
 - b. 佐藤さんは駅に着いている。佐藤さんはとっくに駅に着き終えた。
 - c. 高橋先生は本を 3 冊書いている。高橋先生はとっくに本を 3 冊書き終えた。

^{*2} 意味に関心があるので、表現のぎこちなさには目をつむる。