1 はじめに (§13.1)

- 言語表現の外延（＝指示対象、真理値）は、特定の状況により決まる。
- 話者は、特定の状況において、ある表現の外延についての判断ができる。
- この能力を捉えるために、話者が意味的な判断を下す状況を明示的に記述する必要。
- そのような状況の記述を**モデル**といい、モデルに基づく意味論のアプローチを**モデル理論** (Model Theory) という。

2 モデルが有用である理由 (§13.2)

- モデルは
  1. その状況に存在する個体 (individual) の集合
  2. 語彙項目の外延（not, and, if などの外延を持たない語を除く）

  から成る。
- 言語表現の意味分析では、その言語表現の外延がモデルの中でどの部分に対応するかを明らかにする。
- 意味解釈の規則は、個体が集合に帰属するかどうかや集合間の関係の形を取る。
- 文の表す命題内容が真であるか偽であるかの意味判断はモデルにおいて／の中で (relative to) なされる（表 1）。

表 1　モデルと意味判断：「アリは男だ」の表す命題は、アリという個体が男の集合にあれば真 (T)、なければ偽 (F) となる。

モデル	個体の集合	男の集合	「アリは男だ」
1	健, 直美, 恵美子, アリ	健, アリ	T
2	健, 直美, 恵美子, アリ	健	F
3	健, 直美, 恵美子, アリ	健, 恵美子, アリ	T

3 集合論の基礎概念 (§13.3)

- 集合はそれを構成する**要素** (element, member) から成る。
- 要素間の順序は重要でない。

(1)　{健, 直美, 恵美子, アリ} = {アリ, 恵美子, 直美, 健}

(2)　【表記法】

a.　$a \in S$「a は集合 S の要素である。」

b.　$a \notin S$「a は集合 S の要素でない。」

(3) （表 1 のモデル 1 において）

a. 健 $\in$ {健, アリ}（＝男の集合）

b. 直美 $\notin$ {健, アリ}（＝男の集合）

- 一項述語 P は、個体の集合と分析できる。
- 項 x がその集合に含まれている場合、そしてその場合にのみ (if and only if; iff)、$P(x)$ は真になる。

(4) （表 1 のモデル 1 において）

a. $[\![\text{MALE}]\!] = \{$ 健, アリ $\}$

b. $[\![$ 健 $]\!] =$ 健

$[\![$ 直美 $]\!] =$ 直美

c. 健 $\in$ {健, アリ} $\rightarrow$ 「健は男だ」/MALE(健) は真

d. 直美 $\notin$ {健, アリ} $\rightarrow$ 「直美は男だ」/MALE(直美) は偽

- 集合の要素はリストする以外に、その集合に帰属するための規則を述べることによっても規定できる。

(5) 【表記法】

a. $S = \{a, b, c, d\}$「集合 S は要素 a, b, c, d から成る。」

b. $S = \{x | x$ は〜である $\}$「集合 S は、〜であるような要素から成る。」

【別の表記法】$S = \{x : x$ は〜である $\}$

(6) （表 1 のモデル 1 において）

男の集合 = {健, アリ} = $\{x | x$ は男だ $\}$

3.1 関係と関数 (§13.3.1)

- 集合では要素の順序が重要ではない。cf. (1)
- 順序が重要な時には、**順序対** (ordered pair) が使える。

(7) 【表記法】

$\langle x, y \rangle$「x の後に y が続くような順序対」

(8) $\langle x, y \rangle \neq \langle y, x \rangle$

- 順序対の集合（＝**関係** (relation)）により、二項（以上の）述語 P の意味を捉えられる。
- 順序対 $\langle x, y \rangle$ がその集合に含まれている場合、そしてその場合にのみ、$P(x, y)$ は真。

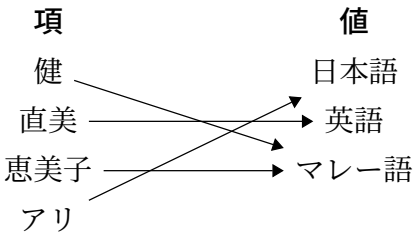
表 2　モデル 4（表 1 のモデル 1 の拡張）

個体の集合	男の集合	⟨ 勉強する人, 勉強される言語 ⟩ の集合
健, 直美, 恵美子, アリ, 日本語, 英語, マレー語, 北京語	健, アリ	⟨ 健, 英語 ⟩, ⟨ 健, マレー語 ⟩, ⟨ 直美, 英語 ⟩, ⟨ アリ, 日本語 ⟩

(9)
a. $[\![\text{STUDY}]\!] = \{\langle$ 健, 英語 $\rangle, \langle$ 健, マレー語 $\rangle, \langle$ 直美, 英語 $\rangle, \langle$ アリ, 日本語 $\rangle\}$
b. $[\![$ マレー語 $]\!] =$ マレー語
c. $\langle$ 健, マレー語 $\rangle \in \{\langle$ 健, 英語 $\rangle, \langle$ 健, マレー語 $\rangle, \langle$ 直美, 英語 $\rangle, \langle$ アリ, 日本語 $\rangle\}$
→「健はマレー語を勉強している」/STUDY(健, マレー語) は真
d. $\langle$ 直美, マレー語 $\rangle \notin \{\langle$ 健, 英語 $\rangle, \langle$ 健, マレー語 $\rangle, \langle$ 直美, 英語 $\rangle, \langle$ アリ, 日本語 $\rangle\}$
→「直美はマレー語を勉強している」/STUDY(直美, マレー語) は偽

- 順序対の第一要素を**定義域** (domain)、第二要素を**値域** (range) という。
- 定義域の各要素が値域に単一の値を持つような関係を**関数** (function) という。
- つまり、関数とは 1 つの値（**項** (argument)）を入れると、1 つの結果（**値** (value)）が得られるような仕組みである。

(10)



- ある集合の要素を項として、真偽（0, 1）を値として返すような関数を特に**特徴関数** (characteristic function) という。

(11)　関数 f_1

a. $f_1(k) = 1$
b. $f_1(n) = 0$
c. $f_1(e) = 0$
d. $f_1(a) = 1$

- この関数 f_1 は、その項がモデル 4 の「男である集合」の要素かどうか判定する。
- つまり、「男である集合」を規定する。
- 男である集合 $= \{x \mid f_1(x) = 1\} = \{$ 健, アリ $\}$

(12) モデル 4 において、「北京語を勉強する人の集合」を規定する関数 f_2

a. $f_2(k) = 0$
b. $f_2(n) = 0$
c. $f_2(e) = 0$
d. $f_2(a) = 0$

- すべての個体について偽であるということは、このモデルにおいて「北京語を勉強する人の集合」に要素はないことになる。
- そのような集合を**空集合** (empty set) といい、記号 $\emptyset$ で表す。
- 北京語を勉強する人の集合 $= \{x \mid f_2(x) = 1\} = \emptyset$
- 集合に含まれる要素の数を**濃度** (cardinality) といい、記号| |で表す。

(13) a. $|$ 男である集合 $| = |\{$ 健, アリ $\}| = 2$
b. $|$ 北京語を勉強する人の集合 $| = |\emptyset| = 0$

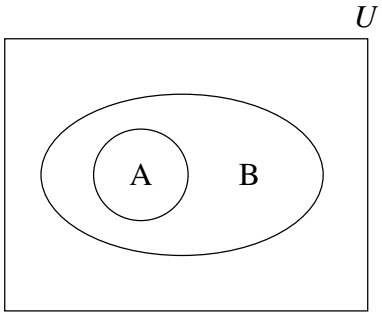
3.2 集合に対する操作と関係 (§13.3.2)

部分集合, 集合の包含

(14) 【表記法】

a. $A \subseteq B$ 「集合 A は集合 B の**部分集合** (subset) である」「集合 A は集合 B に**包含** (include) される」
b. $A \nsubseteq B$ 「集合 A は集合 B の部分集合でない」「集合 A は集合 B に包含されない」
c. $A \subset B$ 「集合 A は集合 B の**真の部分集合** (proper subset) である」
d. $A \not\subset B$ 「集合 A は集合 B の真の部分集合でない」

(15) $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
全体集合 (universal set)
$A = \{3,4,6\}$
$B = \{2,3,4,5,6,7\}$



$A \subseteq B$

(16) a. $\{a,b,c\} \subseteq \{a,b,c,d,f\}$
b. $\{a,b,c\} \nsubseteq \{c,d,f\}$
c. $\{a,b,c\} \subseteq \{a,b,c\}$
d. $\{a,b,c\} \subset \{a,b,c,d,f\}$
e. $\{a,b,c\} \not\subset \{a,b,c\}$

(17) $A \subseteq B \leftrightarrow \forall x[x \in A \rightarrow x \in B]$

- 集合の包含関係により、2 文の間の伴立関係が捉えられる。

(18) すももももものうち。

a. x はすももである $\Rightarrow$ x は桃である

b. $\forall x[$すもも $(x) \rightarrow$ 桃 $(x)]$

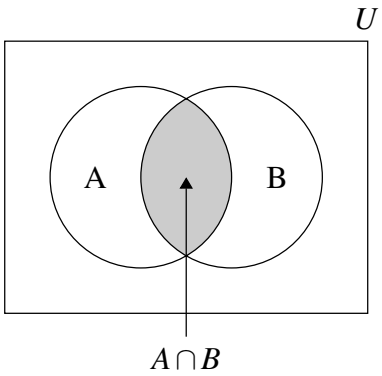
c. ⟦ すもも ⟧ $\subseteq$ ⟦ 桃 ⟧

共通部分

(19) 【表記法】$A \cap B$ (cf. $P \wedge Q$)
「集合 A と集合 B の**共通部分** (intersection)」

(20) $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

(21) $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
$A = \{2,3,4,6\}$
$B = \{3,4,5,6,7,8\}$
$A \cap B = \{3,4,6\}$



(22) $\{a,b,c\} \cap \{c,d,f\} = \{c\}$

- 2 つの集合の共通部分は 2 つの述語の特性がどちらも成り立つという特性を表す。
- 論理表記では $\wedge$ を伴う。
- 例えば、限定的な修飾語を伴う名詞句（例：「黄色い潜水艦」）、and で等位接続された述語（例：「細くて長い」）

(23) a. $U = \{a,b,c,d,e,f\}$

b. ⟦ 黄色い ⟧ $= \{a,b,c,d\}$

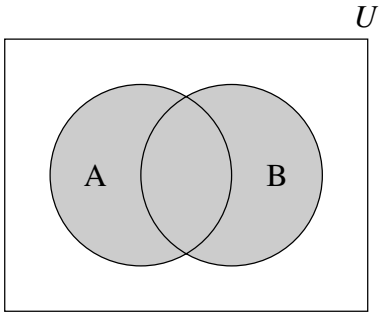
c. ⟦ 潜水艦 ⟧ $= \{b,d,e,f\}$

d. ⟦ 黄色い潜水艦 ⟧
$=$ ⟦ 黄色い ⟧ $\cap$ ⟦ 潜水艦 ⟧
$= \{a,b,c,d\} \cap \{b,d,e,f\}$
$= \{b,d\}$

和集合

(24) 【表記法】$A \cup B$ (cf. $P \vee Q$)
「集合 A と集合 B の**和集合** (union)」

(25) $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
$A = \{2,3,4,6\}$
$B = \{3,4,5,6,7,8\}$
$A \cup B = \{2,3,4,5,6,7,8\}$



$A \cup B$

(26) $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

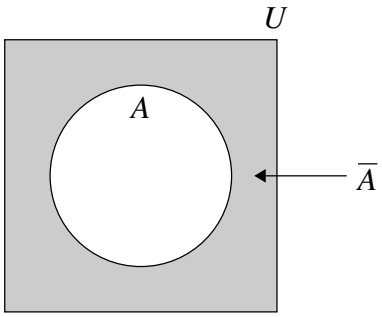
- 2 つの集合の和集合は 2 つの述語の特性がどちらかまたは両方が成り立つという特性を表す。
- 論理表記では $\vee$ を伴う。
- 例えば、or で等位接続された述語（例：「英語かフランス語（の話者）」）

(27) a. $U = \{a,b,c,d,e,f\}$
b. $[\![$ 英語の話者 $]\!] = \{a,b,c\}$
c. $[\![$ フランス語の話者 $]\!] = \{b,e,f\}$
d. $[\![$ 英語かフランス語の話者 $]\!]$
$= [\![$ 英語の話者 $]\!] \cup [\![$ フランス語の話者 $]\!]$
$= \{a,b,c\} \cup \{b,e,f\}$
$= \{a,b,c,e,f\}$

補集合、差集合

(28) 【表記法】
$\overline{A}$ または A'「集合 A の**補集合** (complement)」

(29) $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
$A = \{2,3,4,6\}$
$\overline{A} = \{1,5,7,8,9,10\}$



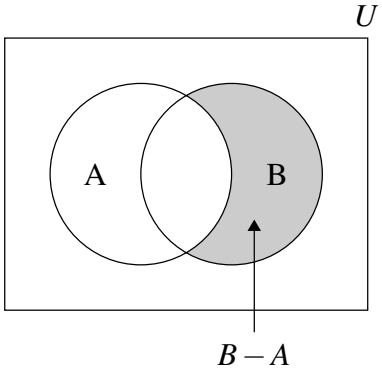
(30) $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

- 全体集合に対する補集合でなく、別の集合に対する補集合を考えることもできる。

- そのような集合は**差集合** (difference) と呼ばれる。

(31) 【表記法】
$B-A$「集合 B から集合 A を引いた**差集合**」

(32) $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
$A=\{2,3,4,6\}$
$B=\{3,4,5,6,7,8\}$
$B-A=\{5,7,8\}$



(33) $B-A=\{x|x\in B\wedge x\notin A\}=\{x\in B|x\notin A\}$

(34) a. $\{a,b,c\}-\{b,c\}=\{a\}$
b. $\{a,b,c,d,f\}-\{a,b,c,j,k,p\}=\{d,f\}$

- 補集合・差集合により、述語の否定を扱うことができる。

(35) a. $U=\{a,b,c,d,e,f\}$
b. $[\![$ 黄色い $]\!]=\{a,b,c,d\}$
c. $[\![$ 潜水艦 $]\!]=\{b,d,e,f\}$
d. $[\![$ 黄色くない $]\!]$
$=[\![\neg$ 黄色い $]\!]$
$=U-\{a,b,c,d\}$
$=\{e,f\}$

Q. (35) のモデルにおいて、「黄色くない潜水艦」の集合を得る過程を示しなさい。

4 モデルにおける真理値 (§13.4)

(36) 【表記法】
a. $[\![x]\!]^{\mathscr{M}}$「モデル $\mathscr{M}$ における x の外延」
b. $[\![x]\!]$「現在のモデルにおける x の外延」

(37) 現在のモデル＝モデル 4
a. $[\![\text{MALE}]\!]=[\![\text{MALE}]\!]^{\mathscr{M}_4}=\{$ 健, アリ $\}$
b. $[\![\text{MALE}]\!]^{\mathscr{M}_2}=\{$ 健 $\}$
c. $[\![\text{MALE}]\!]^{\mathscr{M}_3}=\{$ 健, アリ, 恵美子 $\}$

(38) 文の解釈の過程
a. その文を述語論理の論理式に翻訳する

b. その論理形式に対応する集合の帰属関係・包含関係（＝真理条件）を求める

c. その帰属関係・包含関係がモデル内で成り立つかを調べる → 真理値

(39) 「アリは男だ」

a. 論理形式：MALE(アリ)

b. 真理条件：$[\![$ アリ $]\!] \in [\![\text{MALE}]\!]$

c. 真理値：真

(40) 「男ではない人・物は存在しない」

a. 論理形式：$\neg\exists x[\neg\text{MALE}(x)]$

b. 真理条件：$U \cap \overline{[\![\text{MALE}]\!]} = \emptyset$

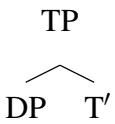
c. 真理値：偽

5 解釈規則 (§13.5)

- 意味解釈に見られる構成性は、統語論における構成素構造（句構造）を反映する。
- そのため、意味計算も小さな部分から、少しずつ積み重ねていく形で行われる。
- そのそれぞれの過程で統語構造に対応する意味解釈規則が適用される。

一項述語文（自動詞文など）

(41) a. 統語論

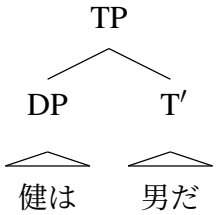


b. 意味論

$[\![\text{TP}]\!] = 1$ iff

$[\![\text{DP}]\!] \in [\![\text{T}']\!]$

(42) a. 統語論



b. 意味論

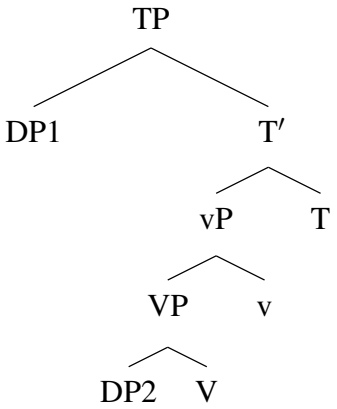
$[\![$ 健は男だ $]\!] = 1$ iff

$[\![$ 健 $]\!] \in [\![\text{MALE}]\!]$

二項述語文（他動詞文など）

(43) 統語論の派生を無視した場合

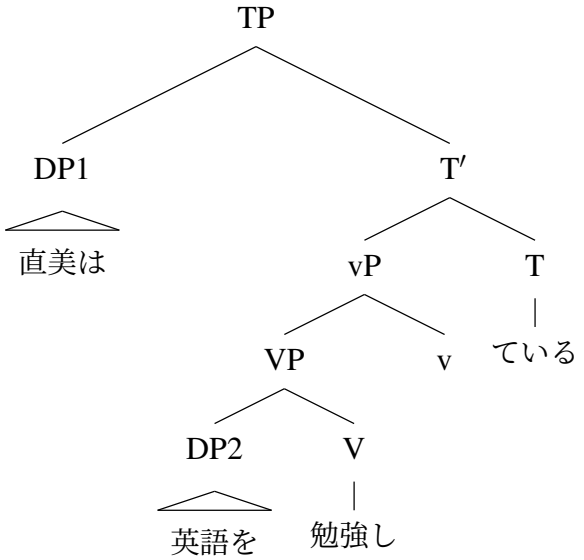
a. 統語論



b. 意味論（機能範疇 v, T の意味は捨象）

$[\![\mathrm{TP}]\!] = 1$ iff $\langle [\![\mathrm{DP1}]\!], [\![\mathrm{DP2}]\!] \rangle \in [\![\mathrm{T'}]\!]$

(44) a. 統語論

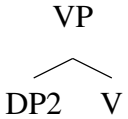


b. 意味論

$[\![$ 直美は英語を勉強している $]\!] = 1$ iff $\langle [\![$ 直美 $]\!], [\![$ 英語 $]\!] \rangle \in [\![\mathrm{STUDY}]\!]$

- 統語論の派生を考慮に入れると、まず動詞句の意味があり、それに主語の意味が加わると考えたい。
- つまり、まず動詞と目的語から一項述語「英語を勉強する」の意味を形成し、その後、規則 (41b) を適用する。

(45) a. 統語論



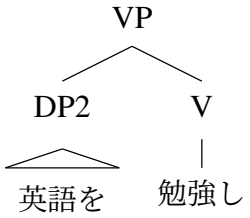
b. 意味論

$[\![\mathrm{VP}]\!] =$

$\{x \mid \langle x, [\![\mathrm{DP2}]\!] \rangle \in [\![\mathrm{V}]\!]\}$

(46) ステップ 1

a. 統語論



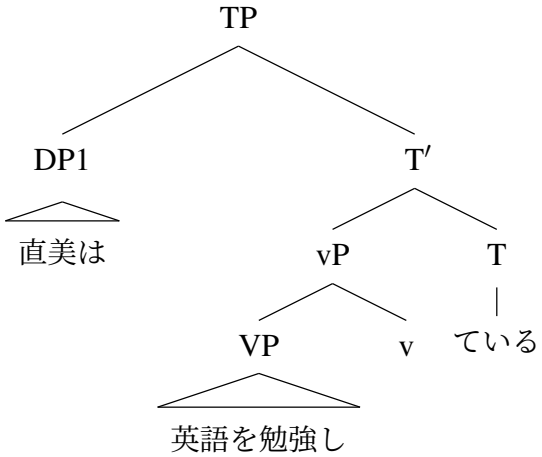
b. 意味論

$[\![$ 英語を勉強し $]\!] =$

$\{x \mid \langle x, [\![$ 英語 $]\!]\rangle \in [\![\text{STUDY}]\!]\}$

(47) ステップ 2

a. 統語論



b. 意味論 (= (41b))

$[\![$ 直美は英語を勉強している $]\!] = 1$ iff $[\![$ 直美 $]\!] \in \{x \mid \langle x, [\![$ 英語 $]\!]\rangle \in [\![\text{STUDY}]\!]\}$

6 TEX/LATEX で記号を出す方法

出力	入力	プリアンブル	初出の節
$\in$	`$\in$`		§13.3
$\notin$	`$\not\in$`		§13.3
$[\![\,]\!]$	`$\llbracket \rrbracket$`	`\usepackage{stmaryrd}`	§13.3
$\langle\rangle$	`$\langle \rangle$`		§13.3.1
$\emptyset$	`$\emptyset$`		§13.3.1
$\subseteq$	`$\subseteq$`		§13.3.2
$\not\subseteq$	`$\not\subseteq$`		§13.3.2
$\subset$	`$\subset$`		§13.3.2
$\not\subset$	`$\not\subset$`		§13.3.2
$\cap$	`$\cap$`		§13.3.2
$\cup$	`$\cup$`		§13.3.2
$\overline{A}$	`$\overline{A}$`		§13.3.2
A'	`$A'$`		§13.3.2
$-$	`$-$`		§13.3.2
$\mathcal{M}$	`$\mathcal{M}$`		§13.4