1 述語論理 (§4.4)

- 原始的命題 (atomic proposition) は、**述語** (predicate) と**項** (argument) から成る。

n **項述語** (*n*-place predicate)　n 個の項を取る述語。n 個の事物の間の関係を表す。

(1) 美千代の方が直美よりもかわいい。

a. 述語: よりもかわいい (2 項述語)

b. 項: 美千代、直美

c. よりもかわいい (美千代, 直美)

d. $\mathrm{CUTER}(m,n)$

e. 他の表記法: $\mathbf{cuter}(m,n)$, $\textsc{cuter}(m,n)$, $\mathrm{cuter}'(m,n)$, $\mathrm{cuter}(m,n)$

(2) 項の省略

美千代の方がかわいい。

a. $^*\mathrm{CUTER}(m)$

b. $\mathrm{CUTER}(m,x)$　何らかの比較の基準 (standard of comparison) を想定

(i) 美千代の方が直美よりもかわいい。 ($x =$ 直美)

(ii) 今の美千代の方が昔よりもかわいい。 ($x =$ 昔の美千代)

(3) $\mathrm{Pred}(a,b) \neq \mathrm{Pred}(b,a)$

a. $\mathrm{CUTER}(m,n)$

美千代の方が直美よりもかわいい。

b. $\mathrm{CUTER}(n,m)$

直美の方が美千代よりもかわいい。

(4) 1 項述語

a. $\mathrm{AMERICAN}(e)$

エリンはアメリカ人だ。

b. $\mathrm{WHITE}(p)$

ポチは白い。

(5) **価数** (adicity)（＝項の数）と統語範疇

a. 1 項述語 (one-place predicate)

A: かわいい、白い、高い

N: アメリカ人、犬、弁護士

V: 泣く、走る、寝る

b. 2 項述語 (two-place predicate)

A: 近い、等しい、懐かしい

N: 友達、敵、母親

V: 見る、食べる、学ぶ

P: NEAR, ON, BESIDE

c. 3 項述語 (three-place predicate)

V: GIVE$(k, \text{a toy}, p)$

健がポチにおもちゃをあげた。／健がポチにおもちゃをくれた。

Ken gave Pochi a toy./Ken gave a toy to Pochi.

d. 4 項述語 (four-place predicate) (?)

V: SELL$(m, \text{the car}, j, \$200)$

メアリーがその車をジョンに 200 ドルで売った。

Mary sold the car to John for $200.

- (5d)：統語的には随意的な項でも、意味的には欠くことができない。

(6) a. Mary sold the car to John for $200.

b. Mary sold the car for $200.

c. Mary sold the car to John.

d. Mary sold the car.

—売り手、買い手、売られる物、支払われる金が存在しなければ、「売る」という行為とは呼べない。

- 時、様態、場所、理由、目的などを表す、付加詞は原始命題に含まない。

(7) a. 聖子は [$_{\text{時}}$ さっき][$_{\text{場所}}$ 台所で] 鮪を [$_{\text{目的}}$ 刺身にするために][$_{\text{様態}}$ 慎重に] 切っていた。

b. 原始命題: SLICE(s, tuna)

- 文が項になることもある。

(8) a. 直美は健がポチにおもちゃをくれたと思っている。(cf. (5c))

b. THINK$(n, \text{GIVE}(k, \text{a toy}, p))$

(9) a. 進は友紀と結婚したい。

b. WANT$(s, \text{MARRY}(s, y))$

練習 (10) の英文を論理式に翻訳しなさい。

(10) a. Shirley was proud of the new car.

b. Shirley was proud that she graduated.

c. Shirley was proud to be Miss World 2018.

- 述語論理でも、論理結合子（$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$）が使え、複雑な命題を表すことができる。

(11) a. ポチは白くてかわいい。
b. $\mathrm{WHITE}(p) \wedge \mathrm{CUTE}(p)$

(12) a. ポチは白くてかわいい犬だ。
b. $\mathrm{WHITE}(p) \wedge \mathrm{CUTE}(p) \wedge \mathrm{DOG}(p)$

(13) a. ポチは白くもかわいくもない。
b. $\neg\mathrm{WHITE}(p) \wedge \neg\mathrm{CUTE}(p) = \neg(\mathrm{WHITE}(p) \vee \mathrm{CUTE}(p))$

1.1 量化子（導入編）(§4.4.1)

(14) **全称量化** (universal quantification)
a. **すべての**学生がゼミ合宿に参加した。
b. 学生が**みんな**／**全員**ゼミ合宿に参加した。
c. **誰も**がゼミ合宿に参加した。*Every*one joined the lab trip.
d. *All* students are weary.

(15) **存在量化** (existential quantification)
a. **一人の**／**二人の**／**数人の**／**大勢の**学生が風邪で欠席した。
b. 学生が**一人**／**二人**／**数人**／**大勢**風邪で欠席した。
c. **誰か**がメールしてきた。*Some*one e-mailed me.
d. **誰も**メールしてこなかった。*No* one e-mailed me.

- 量化の解釈では、**量化の領域** (domain of quantification)（＝**全体集合** (universal set)）が存在する。
- 量化の領域は、コンテクストにより決定されることが多いが、明示的に述べることもできる。

(16) a. 風間ゼミの**すべての**学生がゼミ合宿に参加した。
b. 東京外大インドネシア語科 3 年生の学生が**みんな**／**全員**ゼミ合宿に参加した。
c. 東京都では**大勢の**学生が風邪で欠席した。
d. 世界中の**誰も**メールしてこなかった。

- 量化の意味は、**量化子** (quantifier)、**変数** (variable)、述語、論理結合子により表現する。
- 項の変数には普通、x, y, z を使う。
- 述語の変数には普通、P, Q, R を使う。

(17) a. **全称量化子** (universal quantifier): $\forall$

b. フォーマット: $\forall x[P(x) \to Q(x)]$

※量化の**作用域** (scope) を表すのには、[ ] を使う[*1]。

(18) a. **存在量化子** (existential quantifier): $\exists$

b. フォーマット: $\exists x[P(x) \wedge Q(x)]$[*2]

(19) a. すべての学生がゼミ合宿に参加した。

b. $\forall x[\text{STUDENT}(x) \to \text{JOIN}(x, \text{ゼミ合宿})]$

(20) a. 授業に来なかった学生がいる。

b. $\exists x[\text{STUDENT}(x) \wedge \neg\text{COME}(x, \text{class})]$

(21) a. 白くて喋る犬なんていない。

b. $\neg\exists x[\text{DOG}(x) \wedge \text{WHITE}(x) \wedge \text{TALK}(x)]$

- 量化子の後の変数は、[ ] 内の変数を**束縛する** (bind)。
- [ ] 内の変数に量化子により束縛されていないものがある場合、[ ] 内の命題は**開いた命題** (open proposition) であるという。
- 開いた命題には、真理値を付与できない。

(22) 開いた命題

a. $\forall x[\text{STUDENT}(x) \to \text{JOIN}(y, \text{ゼミ合宿})]$（$y$ が束縛されていない；cf. (20)）

b. $\neg\exists x[\text{DOG}(x) \wedge \text{WHITE}(y) \wedge \text{TALK}(z)]$（$y$ と z が束縛されていない；cf. (21)）

- 上の例では、量化表現が主語にあったが、量化表現は目的語などにも生起し得る。

(23) a. 健はすべての本を買った。

b. $\forall x[\text{BOOK}(x) \to \text{BUY}(k, x)]$

[*1] ( ) でもよいが、述語の項を表す時にも ( ) を使うので、曖昧になってしまう。

[*2] $\forall x[P(x) \wedge Q(x)]$ は「P であるものはすべて Q でもある」ではなく、より強い「世の中のすべてのものは P でも Q でもである」。逆に存在量化の方では、世の中のすべてのものを対象に考えなければならないので、$\wedge$ が適切。$\exists x[P(x) \to Q(x)]$ は「世の中に少なくとも 1 つ P でも Q であるものが存在する」ではなく、「P であるものの中には Q でもあるようなものが少なくとも 1 つ存在する」。論理言語の実質含意（$\to$）は前件が偽の場合、全体が真となる。そのため、$\exists x[P(x) \to Q(x)]$ は、P であるものが存在しない時も真になる。

(24) a. 直人は看護師と結婚した。
b. $\exists x[\mathrm{NURSE}(x) \wedge \mathrm{MARRY}(n,x)]$

(25) a. 林檎は一曲も歌わなかった。
b. $\neg\exists x[\mathrm{SONG}(x) \wedge \mathrm{SING}(r,x)]$

1.2 作用域の曖昧性 (§4.4.2)

- 自然言語では、作用域を持つ表現が 2 つ以上ある場合、曖昧性が生じ得る。
- 量化子の他に否定辞も作用域を持つ。
- 作用域を持つ演算子 A が別の作用域を持つ演算子 B を含む命題を作用域に持つ場合（量化子 A[… 量化子 B …]）、
  - 演算子 A は**広い作用域** (wide scope) を持つ
  - 一方、演算子 B は**狭い作用域** (narrow scope) を持つ

  という。
- 自然言語の文と違い、論理式の文では曖昧性は生じない。

(26) すべての本を一人の学生が購入した。
(i) 本 1 を学生 A が、本 2 を学生 B が、本 3 を学生 C が……購入した。
(ii) 学生 A が本 1、本 2、本 3……をすべて一人で購入した。

(27) (i) $\forall x[\mathrm{BOOK}(x) \rightarrow \exists y[\mathrm{STUDENT}(y) \wedge \mathrm{BUY}(y,x)]]$（表層語順と同じ作用域）
(ii) $\exists x[\mathrm{STUDENT}(x) \wedge \forall y[\mathrm{BOOK}(y) \rightarrow \mathrm{BUY}(x,y)]]$（表層語順と逆の作用域）

(28) シンガポール人はみんな大金持ちではない。
(i) 大金持ちのシンガポール人は一人もいない。
(ii) 大金持ちのシンガポール人もいれば、そうでないシンガポール人もいる。

(29) (i) $\forall x[\mathrm{SINGAPOREAN}(x) \rightarrow \neg\mathrm{CRAZY_RICH}(x)]$（表層語順と同じ作用域）
$(= \neg\exists x[\mathrm{SINGAPOREAN}(x) \wedge \mathrm{CRAZY_RICH}(x)])$
(ii) $\neg\forall x[\mathrm{SINGAPOREAN}(x) \rightarrow \mathrm{CRAZY_RICH}(x)]$（表層語順と逆の作用域）