

1 述語論理 (§4.4)

- 原始的命題 (atomic proposition) は、述語 (predicate) と項 (argument) から成る。

n 項述語 (n -place predicate) n 個の項を取る述語。 n 個の事物の間関係を表す。

- (1) 美千代の方が直美よりもかわいい。
 - a. 述語: よりもかわいい (2 項述語)
 - b. 項: 美千代、直美
 - c. よりもかわいい (美千代, 直美)
 - d. $CUTER(m, n)$
 - e. 他の表記法: $cuter(m, n)$, $CUTER(m, n)$, $cuter'(m, n)$, $cuter(m, n)$
- (2) 項の省略
美千代の方がかわいい。
 - a. $*CUTER(m)$
 - b. $CUTER(m, x)$ 何らかの比較の基準 (standard of comparison) を想定
 - (i) 美千代の方が直美よりもかわいい。 ($x =$ 直美)
 - (ii) 今の美千代の方が昔よりもかわいい。 ($x =$ 昔の美千代)
- (3) $Pred(a, b) \neq Pred(b, a)$
 - a. $CUTER(m, n)$
美千代の方が直美よりもかわいい。
 - b. $CUTER(n, m)$
直美の方が美千代よりもかわいい。
- (4) 1 項述語
 - a. $AMERICAN(e)$
エリンはアメリカ人だ。
 - b. $WHITE(p)$
ポチは白い。
- (5) 価数 (adicity) (=項の数) と統語範疇
 - a. 1 項述語 (one-place predicate)
 - A: かわいい、白い、高い
 - N: アメリカ人、犬、弁護士
 - V: 泣く、走る、寝る
 - b. 2 項述語 (two-place predicate)
 - A: 近い、等しい、懐かしい
 - N: 友達、敵、母親

V: 見る、食べる、学ぶ

P: NEAR, ON, BESIDE

c. 3 項述語 (three-place predicate)

V: GIVE($k, a \text{ toy}, p$)

健がポチにおもちゃをあげた。／健がポチにおもちゃをくれた。

Ken gave Pochi a toy./Ken gave a toy to Pochi.

d. 4 項述語 (four-place predicate) (?)

V: SELL($m, \text{the car}, j, \$200$)

メアリーがその車をジョンに 200 ドルで売った。

Mary sold the car to John for \$200.

- (5d) : 統語的には随意的な項でも、意味的には欠くことができない。

(6) a. Mary sold the car to John for \$200.

b. Mary sold the car for \$200.

c. Mary sold the car to John.

d. Mary sold the car.

—売り手、買い手、売られる物、支払われる金が存在しなければ、「売る」という行為とは呼べない。

- 時、様態、場所、理由、目的などを表す、付加詞は原始命題に含まない。

(7) a. 聖子は [時 さっき][場所 台所で] 鮪を [目的 刺身にするために][様態 慎重に] 切っていた。

b. 原始命題: SLICE(s, tuna)

- 文が項になることもある。

(8) a. 直美は健がポチにおもちゃをくれたと思っている。(cf. (5c))

b. THINK($n, \text{GIVE}(k, a \text{ toy}, p)$)

(9) a. 進は友紀と結婚したい。

b. WANT($s, \text{MARRY}(s, y)$)

練習 (10) の英文を論理式に翻訳しなさい。

(10) a. Shirley was proud of the new car.

b. Shirley was proud that she graduated.

c. Shirley was proud to be Miss World 2018.

- 述語論理でも、論理結合子 (\neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow) が使え、複雑な命題を表すことができる。

(11) a. ポチは白くてかわいい。

b. $\text{WHITE}(p) \wedge \text{CUTE}(p)$

(12) a. ポチは白くてかわいい犬だ。

b. $\text{WHITE}(p) \wedge \text{CUTE}(p) \wedge \text{DOG}(p)$

(13) a. ポチは白くもかわいくもない。

b. $\neg \text{WHITE}(p) \wedge \neg \text{CUTE}(p) = \neg(\text{WHITE}(p) \vee \text{CUTE}(p))$

1.1 量化子（導入編） (§4.4.1)

(14) 全称量化 (universal quantification)

a. すべての学生がゼミ合宿に参加した。

b. 学生がみんな／全員ゼミ合宿に参加した。

c. 誰もがゼミ合宿に参加した。 *Everyone joined the lab trip.*

d. *All students are weary.*

(15) 存在量化 (existential quantification)

a. 一人の／二人の／数人の／大勢の学生が風邪で欠席した。

b. 学生が一人／二人／数人／大勢風邪で欠席した。

c. 誰かがメールしてきた。 *Someone e-mailed me.*

d. 誰もメールしてこなかった。 *No one e-mailed me.*

- 量化の解釈では、**量化の領域** (domain of quantification) (= **全体集合** (universal set)) が存在する。

- 量化の領域は、コンテキストにより決定されることが多いが、明示的に述べることもできる。

(16) a. 風間ゼミのすべての学生がゼミ合宿に参加した。

b. 東京外大インドネシア語科3年生の学生がみんな／全員ゼミ合宿に参加した。

c. 東京都では大勢の学生が風邪で欠席した。

d. 世界中の誰もメールしてこなかった。

- 量化の意味は、**量化子** (quantifier)、**変数** (variable)、述語、論理結合子により表現する。
- 項の変数には普通、 x, y, z を使う。
- 述語の変数には普通、 P, Q, R を使う。

(17) a. **全称量化子** (universal quantifier): \forall

b. フォーマット: $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$

※量化の**作用域** (scope) を表すのには、 $[\]$ を使う*¹。

(18) a. **存在量化子** (existential quantifier): \exists

b. フォーマット: $\exists x[P(x) \wedge Q(x)]$ *²

(19) a. すべての学生がゼミ合宿に参加した。

b. $\forall x[\text{STUDENT}(x) \rightarrow \text{JOIN}(x, \text{ゼミ合宿})]$

(20) a. 授業に来なかった学生がいる。

b. $\exists x[\text{STUDENT}(x) \wedge \neg \text{COME}(x, \text{class})]$

(21) a. 白くて喋る犬なんていない。

b. $\neg \exists x[\text{DOG}(x) \wedge \text{WHITE}(x) \wedge \text{TALK}(x)]$

- 量化子の後の変数は、 $[\]$ 内の変数を**束縛する** (bind)。
- $[\]$ 内の変数に量化子により束縛されていないものがある場合、 $[\]$ 内の命題は**開いた命題** (open proposition) であるという。
- 開いた命題には、真理値を付与できない。

(22) 開いた命題

a. $\forall x[\text{STUDENT}(x) \rightarrow \text{JOIN}(y, \text{ゼミ合宿})]$ (y が束縛されていない; cf. (20))

b. $\neg \exists x[\text{DOG}(x) \wedge \text{WHITE}(y) \wedge \text{TALK}(z)]$ (y と z が束縛されていない; cf. (21))

- 上の例では、量化表現が主語にあったが、量化表現は目的語などにも生起し得る。

(23) a. 健はすべての本を買った。

b. $\forall x[\text{BOOK}(x) \rightarrow \text{BUY}(k, x)]$

*¹ $()$ でもよいが、述語の項を表す時にも $()$ を使うので、曖昧になってしまう。

*² $\forall x[P(x) \wedge Q(x)]$ は「 P であるものはすべて Q でもある」ではなく、より強い「世の中のすべてのものは P でも Q でもである」。逆に存在量化の方では、世の中のすべてのものを対象に考えなければならないので、 \wedge が適切。 $\exists x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ は「世の中に少なくとも 1 つ P でも Q であるものが存在する」ではなく、「 P であるものの中には Q でもあるようなものが少なくとも 1 つ存在する」。論理言語の実質含意 (\rightarrow) は前件が偽の場合、全体が真となる。そのため、 $\exists x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ は、 P であるものが存在しない時も真になる。

- (24) a. 直人は看護師と結婚した。
 b. $\exists x[\text{NURSE}(x) \wedge \text{MARRY}(n, x)]$
- (25) a. 林檎は一曲も歌わなかった。
 b. $\neg \exists x[\text{SONG}(x) \wedge \text{SING}(r, x)]$

1.2 作用域の曖昧性 (§4.4.2)

- 自然言語では、作用域を持つ表現が2つ以上ある場合、曖昧性が生じ得る。
- 量化子の他に否定辞も作用域を持つ。
- 作用域を持つ演算子 A が別の作用域を持つ演算子 B を含む命題を作用域に持つ場合（量化子 A[… 量化子 B …]）、
 - 演算子 A は**広い作用域** (wide scope) を持つ
 - 一方、演算子 B は**狭い作用域** (narrow scope) を持つ
 という。
- 自然言語の文と違い、論理式の文では曖昧性は生じない。

- (26) すべての本を一人の学生が購入した。
- (i) 本 1 を学生 A が、本 2 を学生 B が、本 3 を学生 C が……購入した。
 (ii) 学生 A が本 1、本 2、本 3……をすべて一人で購入した。
- (27) (i) $\forall x[\text{BOOK}(x) \rightarrow \exists y[\text{STUDENT}(y) \wedge \text{BUY}(y, x)]]$ （表層語順と同じ作用域）
 (ii) $\exists x[\text{STUDENT}(x) \wedge \forall y[\text{BOOK}(y) \rightarrow \text{BUY}(x, y)]]$ （表層語順と逆の作用域）
- (28) シンガポール人はみんな大金持ちではない。
- (i) 大金持ちのシンガポール人は一人もいない。
 (ii) 大金持ちのシンガポール人もいれば、そうでないシンガポール人もいる。
- (29) (i) $\forall x[\text{SINGAPOREAN}(x) \rightarrow \neg \text{CRAZY_RICH}(x)]$ （表層語順と同じ作用域）
 (= $\neg \exists x[\text{SINGAPOREAN}(x) \wedge \text{CRAZY_RICH}(x)]$)
 (ii) $\neg \forall x[\text{SINGAPOREAN}(x) \rightarrow \text{CRAZY_RICH}(x)]$ （表層語順と逆の作用域）